



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

 Б.Я. Солон  
(подпись)

« 1 » сентября 20 21 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Теория случайных процессов**

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	02.03.01 Математика и компьютерные науки
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика и компьютерные науки



## 1. Цели освоения дисциплины

В системе подготовки специалистов-математиков курс Теория случайных процессов является одним из основных.

Программа предусматривает изложение основных понятий, теорем и принципов теории случайных процессов в объеме традиционного вводного курса, что соответствует требованиям к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы по специальности. Излагаются основные понятия теории случайных процессов, классификация и существование случайных процессов и примеры: марковские цепи, пуассоновский и винеровский процессы, а также их приложения к построению математических моделей таких физических явлений как радиоактивный распад и броуновское движение.

Для понимания и успешного усвоения курса достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и теории вероятностей.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Обязательная часть образовательной программы (индекс Б1.0.21).

Для понимания и успешного усвоения курса достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и теории вероятностей.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: Основные понятия теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и теории вероятностей.

Уметь: Пользоваться основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и теории вероятностей.

Иметь навыки: Пользоваться основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и теории вероятностей.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

### 3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

общепрофессиональные (ОПК):

*ОПК-1.* Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности (ОПК-1).

### 3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: введенные в курсе понятия и соответствующие теоремы (*ОПК-1*).

Уметь: применять доказанные теоремы и изученные методы к решению задач (*ОПК-1*).



Основная профессиональная образовательная программа  
02.03.01 Математика и компьютерные науки  
(Математика и компьютерные науки)

Иметь навыки: Пользоваться основными методами, изложенными в курсе (ОПК-1).

#### 4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц (144 академических часов).

##### 4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения)  Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекцион- ного типа	Занятия семинар- ского типа	
1	Определение случайной функции и случайного процесса. Эквивалентность случайных функций. Процессы с дискретным и непрерывным временем. Конечномерные распределения. Распределения вероятностей случайного процесса.	7	3	3	Ответ на практическом занятии
2	Классификация случайных процессов: с независимыми приращениями, марковские, стационарные, гауссовские. Непрерывность в среднем и стохастическая непрерывность случайных процессов. Корреляционная функция случайного процесса.	7	3	3	Ответ на практическом занятии
3	Примеры простейших случайных процессов: последовательности независимых случайных величин и сумм независимых случайных величин.	7	3	3	Ответ на практическом занятии
4	Пуассоновский процесс. Математическая модель радиоактивного распада. Свойства траекторий пуассоновского процесса.	7	3	3	Ответ на практическом занятии
5	Винеровский процесс.	7	2	2	Контрольная работа



Основная профессиональная образовательная программа  
02.03.01 Математика и компьютерные науки  
(Математика и компьютерные науки)

	Математическая модель броуновского движения. Свойства траекторий винеровского процесса.				
6	Согласованные конечномерные распределения. Теорема Колмогорова о существовании случайного процесса с заданным семейством конечномерных распределений. Существование последовательности независимых случайных величин с заданными распределениями и пуассоновского процесса.	7	2	2	Ответ на практическом занятии
7	Дискретные марковские цепи. Переходные вероятности. Марковское свойство. Граф однородной марковской цепи. Примеры марковских цепей. Уравнения Колмогорова-Чепмена для однородной марковской цепи.	7	2	2	Ответ на практическом занятии
8	Возвратные и невозвратные состояния.	7	2	2	Ответ на практическом занятии
9	Теорема о сходимости к стационарному распределению. Эргодические марковские цепи.	7	2	2	Контрольная работа
10	Классификация состояний однородной марковской цепи. Эргодическая теорема для конечных марковских цепей.	7	2	2	Ответ на практическом занятии
11	Закон больших чисел для конечной марковской цепи.	7	2	1	Ответ на практическом занятии
12	Ветвящиеся процессы с дискретным временем.	7	2	2	Ответ на практическом занятии
13	Стационарные случайные процессы. Случайные стационарные в широком смысле процессы и их корреляционная функция. Примеры.	7	2	1	Ответ на практическом занятии
14	Многомерное нормальное распределение. Гауссовские процессы.	7	2	1	Ответ на практическом занятии



Основная профессиональная образовательная программа  
02.03.01 Математика и компьютерные науки  
(Математика и компьютерные науки)

15	Марковские процессы с непрерывным временем. Уравнение Колмогорова. Пуассоновский процесс как марковский процесс.	7	2	1	Ответ на практическом занятии
16	Безгранично-делимые законы и их основные свойства. Процессы с независимыми приращениями.	7	2	2	Ответ на практическом занятии
Итого за семестр:			36	32	Зачет с оценкой
Итого по дисциплине:			36	32	

#### 4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

**Тема 1.** Определение случайной функции и случайного процесса. Эквивалентность случайных функций. Процессы с дискретным и непрерывным временем. Конечномерные распределения. Распределения вероятностей случайного процесса.

**Тема 2.** Классификация случайных процессов: с независимыми приращениями, марковские, стационарные, гауссовские. Непрерывность в среднем и стохастическая непрерывность случайных процессов. Корреляционная функция случайного процесса.

**Тема 3.** Примеры простейших случайных процессов: последовательности независимых случайных величин и сумм независимых случайных величин.

**Тема 4.** Пуассоновский процесс. Математическая модель радиоактивного распада. Свойства траекторий пуассоновского процесса.

**Тема 5.** Винеровский процесс. Математическая модель броуновского движения. Свойства траекторий винеровского процесса.

**Тема 6.** Согласованные конечномерные распределения. Теорема Колмогорова о существовании случайного процесса с заданным семейством конечномерных распределений. Существование последовательности независимых случайных величин с заданными распределениями и пуассоновского процесса.

**Тема 7.** Дискретные марковские цепи. Переходные вероятности. Марковское свойство. Граф однородной марковской цепи. Примеры марковских цепей. Уравнения Колмогорова-Чепмена для однородной марковской цепи.

**Тема 8.** Возвратные и невозвратные состояния.

**Тема 9.** Теорема о сходимости к стационарному распределению. Эргодические марковские цепи.

**Тема 10.** Классификация состояний однородной марковской цепи. Эргодическая теорема для конечных марковских цепей.

**Тема 11.** Закон больших чисел для конечной марковской цепи.

**Тема 12.** Ветвящиеся процессы с дискретным временем.

**Тема 13.** Стационарные случайные процессы. Случайные стационарные в широком смысле процессы и их корреляционная функция. Примеры.

**Тема 14.** Многомерное нормальное распределение. Гауссовские процессы.

**Тема 15.** Марковские процессы с непрерывным временем. Уравнение Колмогорова. Пуассоновский процесс как марковский процесс.

**Тема 16.** Безгранично-делимые законы и их основные свойства. Процессы с независимыми приращениями.

#### 5. Образовательные технологии



Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технологии смешанного обучения.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов состоит в решении задач.

Полностью весь методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в Приложении 1 к РП.

## **7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Оценочные средства для проведения текущего контроля: Ответ на практическом занятии.

Оценивание промежуточных и окончательных результатов освоения дисциплины: контрольные работы.

Форма проведения зачета: устная.

Критерий оценки: «зачтено». Знание понятий и теорем курса и умение применить их к решению задач.

Критерий оценки: «не зачтено». Незнание основных понятий и теорем курса и неумение решать даже простые задачи.

Типовые варианты вопросов представлены в фонде оценочных средств (Приложение 2).

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

Основная литература:

1. Гихман, И.И. Теория случайных процессов / И.И. Гихман, А.В. Скороход ; ред. М.П. Ершов, В.В. Абгарян. – Москва : Наука, 1975. – Т. 3. – 496 с. – (Теория вероятностей и математическая статистика). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=446146> (дата обращения: 16.12.2019). – Текст : электронный.

2. Розанов, Ю.А. Теория обновляющих процессов / Ю.А. Розанов ; ред. М.П. Ершов. – Москва : Наука, 1974. – 128 с. : ил. – (Теория вероятностей и математическая статистика). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=449980> (дата обращения: 16.12.2019). – Текст : электронный.

3. Боровков, А.А. Вероятностные процессы в теории массового обслуживания / А.А. Боровков. – Москва : Наука, 1972. – 371 с. : ил. – (Теория вероятностей и математическая статистика). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=446139> (дата обращения: 16.12.2019). – Текст : электронный.

4.1. Ширяев, А.Н. Вероятность-1: Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы : учебник : в 2-х кн. / А.Н. Ширяев. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – Москва : МЦНМО, 2007. – 552 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63256> (дата обращения: 16.12.2019). – ISBN 978-5-94057-105-6. – Текст : электронный.

4.2. Ширяев, А.Н. Вероятность-2: Суммы и последовательности случайных величин — стационарные, мартингалы, марковские цепи : учебник : в 2-х кн. / А.Н. Ширяев. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – Москва : МЦНМО, 2007. – 416 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63257> (дата обращения: 16.12.2019). – ISBN 978-5-94057-106-3. – Текст : электронный.



Основная профессиональная образовательная программа  
02.03.01 Математика и компьютерные науки  
(Математика и компьютерные науки)

5. Прохоров, Ю.В. Теория вероятностей / Ю.В. Прохоров, Ю.А. Розанов ; ред. Л.Н. Большее, С.Я. Шкляр. – Москва : Наука, 1967. – 498 с. – (Справочная математическая библиотека). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112177> (дата обращения: 16.12.2019). – Текст : электронный.

6.1. Гихман, И.И. Теория случайных процессов / И.И. Гихман, А.В. Скороход ; ред. М.Б. Невельсон, М.М. Горячая. – Москва : Наука, 1971. – Т. 1. – 664 с. – (Теория вероятностей и математическая статистика). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=446144> (дата обращения: 16.12.2019). – Текст : электронный.

6.2. Гихман, И.И. Теория случайных процессов / И.И. Гихман, А.В. Скороход ; ред. М.П. Ершов. – Москва : Наука, 1973. – Т. 2. – 664 с. – (Теория вероятностей и математическая статистика). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=446145> (дата обращения: 16.12.2019). – Текст : электронный.

6.3. Гихман, И.И. Теория случайных процессов / И.И. Гихман, А.В. Скороход ; ред. М.П. Ершов, В.В. Абгарян. – Москва : Наука, 1975. – Т. 3. – 496 с. – (Теория вероятностей и математическая статистика). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=446146> (дата обращения: 16.12.2019). – Текст : электронный.

7. Виленкин, Н.Я. Задачник-практикум по теории вероятностей с элементами комбинаторики и математической статистики : учебное пособие / Н.Я. Виленкин, В.Г. Потапов ; Министерство просвещения РСФСР, Московский государственный заочный педагогический институт. – Москва : Издательство «Просвещение», 1979. – 113 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458392> (дата обращения: 16.12.2019). – Текст : электронный.

Интернет-ресурсы:

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»

<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru);

<http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/ebs-universitetskaya-biblioteka>

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/elibnew>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;



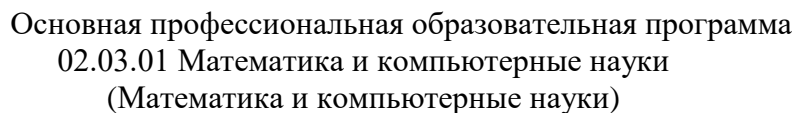
Основная профессиональная образовательная программа  
02.03.01 Математика и компьютерные науки  
(Математика и компьютерные науки)

---

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, выполнения курсовых работ (проектов) с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения.

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.





Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
Согласовано:  
Руководитель ОП \_\_\_\_\_ Туртин Д.В.  
(подпись)